Corrigé Point de Mire
Chapitre 5

CHAPITRE 5 > Triangles et figures équivalentes

RAPPEL Relation de Pythagore et figures et solides semblables

Page 189

1. **a)** $? = \sqrt{2{,}38^2 + 5{,}47^2}$
$\approx 5{,}97$ cm

b) $? = \sqrt{4{,}02^2 + 4{,}02^2}$
$\approx 5{,}69$ cm

c) $? = \sqrt{2{,}53^2 + 7{,}38^2}$
$\approx 7{,}8$ cm

d) $? = \sqrt{39{,}11^2 + 52{,}28^2}$
$\approx 65{,}29$ cm

e) $? = \sqrt{11{,}47^2 - 6{,}75^2}$
$\approx 9{,}27$ cm

f) $? = \sqrt{0{,}94^2 - 0{,}27^2}$
$\approx 0{,}9$ cm

g) $? = \sqrt{67{,}82^2 - 49{,}26^2}$
$\approx 46{,}62$ cm

h) $? = \sqrt{21{,}72^2 - 16{,}85^2}$
$\approx 13{,}71$ cm

i) $? = \sqrt{20{,}32^2 - 14{,}37^2}$
$\approx 14{,}37$ cm

2. a)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ (\sqrt{450})^2 &= x^2 + x^2 \\ 450 &= 2x^2 \\ 225 &= x^2 \\ x &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ 60^2 &= (3x)^2 + x^2 \\ 3600 &= 9x^2 + x^2 \\ 3600 &= 10x^2 \\ 360 &= x^2 \\ x &\approx 18{,}97 \text{ cm} \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ x^2 &= \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 30^2 \\ x^2 &= \frac{x^2}{4} + 900 \\ \frac{3x^2}{4} &= 900 \\ x^2 &= 1200 \\ x &\approx 34{,}64 \text{ cm} \end{aligned}$$

Page 190

3. a), b), c)

4. Non, ces deux figures ne sont pas semblables. Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles, mais les angles homologues ne sont pas isométriques.

5. a)
$$\begin{aligned} 29^2 &= 20^2 + h^2 \\ h &= 21 \\ V &= \frac{\pi r^2 \times h}{3} \\ &= \frac{\pi \times 20^2 \times 21}{3} \\ &= 2800\pi \text{ cm}^3 \\ &\approx 8796{,}46 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 12^2 &= 6^2 + h^2 \\ h &\approx 10{,}39 \\ V &= \frac{\pi r^2 \times h}{3} \\ &\approx \frac{\pi \times 6^2 \times 10{,}39}{3} \\ &\approx 391{,}78 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 0{,}38^2 &= 0{,}31^2 + h^2 \\ h &\approx 0{,}22 \\ V &= \frac{\pi r^2 \times h}{3} \\ &\approx \frac{\pi \times 0{,}31^2 \times 0{,}22}{3} \\ &\approx 0{,}022 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

6.

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3	Triangle 4	Triangle 5	Triangle 6
m $\overline{AB}$	3	**24**	8,2	$\sqrt{\mathbf{5}}$	$\sqrt{15}$	≈ **52,32**
m $\overline{BC}$	4	10	4,5	$\sqrt{17}$	$\sqrt{34}$	45,6
m $\overline{AC}$	**5**	26	≈ **9,35**	$\sqrt{22}$	**7**	69,4

Page 191

7. d) **8. d)** **9. a)** **10. b)** **11. c)** **12. c)** **13. a)** **14. b)**

15. a) Faux. **b)** Faux. **c)** Faux. **d)** Vrai. **e)** Faux. **f)** Vrai.

Page 192

16. a)
$$\begin{aligned} V &= 11 \times 8 \times 5 \\ &= 440 \text{ cm}^3 \\ k^3 &= \frac{1760}{440} \\ &= 4 \end{aligned}$$
$k \approx 1{,}59$ ou $\approx 0{,}63$.

$$\begin{aligned} k &= \sqrt[3]{4} \\ &\approx 1{,}59 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} A &= 9{,}6 \times 3{,}2 \\ &= 30{,}72 \text{ mm}^2 \\ k^2 &= \frac{245{,}76}{30{,}72} \\ &= 8 \end{aligned}$$
$k \approx 2{,}83$ ou $\approx 0{,}35$.

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{8} \\ &\approx 2{,}83 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} V &= \frac{45 \times 27}{2} \times 30 \\ &= 18\,225 \\ k^3 &= \frac{18\,225}{810} \\ &= 22{,}5 \end{aligned}$$
$k \approx 2{,}82$ ou $\approx 0{,}35$.

$$\begin{aligned} k &= \sqrt[3]{22{,}5} \\ &\approx 2{,}82 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} A &= \frac{10{,}46 \times 7{,}2 \times 5}{2} \\ &= 188{,}28 \\ k^2 &= \frac{188{,}28}{20{,}92} \\ &= 9 \\ k &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$
$k = 3$ ou $\approx 0{,}33$.

e) Soit a, la mesure de l'apothème.
$$\begin{aligned} a &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\ &= 5 \text{ m} \\ A_L &= \pi r a \\ &= \pi \times 3 \times 5 \\ &= 15\pi \\ k^2 &= \frac{735\pi}{15\pi} \\ &= 49 \\ k &= \sqrt{49} \\ &= 7 \end{aligned}$$
$k = 7$ ou $\approx 0{,}14$.

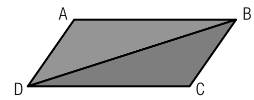
f)
$$\begin{aligned} h &= \sqrt{45^2 - 30^2} \\ &\approx 33{,}54 \text{ cm} \\ V &= \frac{A_B \times h}{3} \\ &\approx \frac{24{,}8 \times 30 \times 8 \times 0{,}5 \times 33{,}54}{3} \\ &\approx 33\,272{,}69 \\ k^3 &\approx \frac{33\,272{,}69}{810} \\ &\approx 41{,}08 \\ k &\approx \sqrt[3]{41{,}08} \\ &\approx 3{,}45 \end{aligned}$$
$k \approx 3{,}45$ ou $\approx 0{,}29$.

SECTION 5.1 Conditions minimales d'isométrie des triangles

Page 195

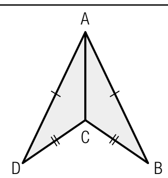
1. a) CCC **b)** CAC **c)** CCC **d)** ACA **e)** CCC **f)** CAC **g)** ACA **h)** CAC

2.

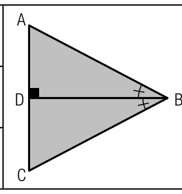
Hypothèse	ABCD est un parallélogramme.	
Conclusion	Δ ABD $\cong$ Δ CDB	
Affirmation	**Justification**	
1. $\overline{AD} \cong \overline{CB}$	Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.	
2. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.	
3. $\overline{DB} \cong \overline{BD}$	Côté commun aux deux triangles.	
4. Δ ABD $\cong$ Δ CDB	Par la condition minimale CCC.	

Page 196

3. a)

$\overline{AB} \cong \overline{AD}$	
$\overline{BC} \cong \overline{DC}$	
$\overline{AC} \cong \overline{AC}$	
Donc, Δ ABC $\cong$ Δ ADC par CCC.	

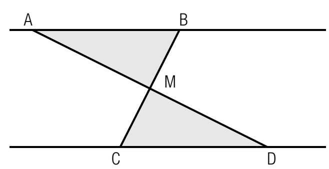
b)

$\angle$ ADB $\cong$ $\angle$ CDB	
$\overline{DB} \cong \overline{DB}$	
$\angle$ ABD $\cong$ $\angle$ CBD	
Donc, Δ ABD $\cong$ Δ CBD par ACA.	

4. Puisque les triangles ABE et CBD sont isométriques, on a :
m $\overline{AB}$ = m $\overline{CB}$ = 6 cm,
m $\overline{BD}$ = m $\overline{BE}$ = 3 cm,
m $\overline{AE}$ = m $\overline{CD}$ = 4 cm

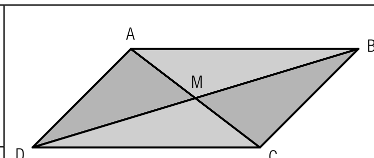
5. Ces triangles sont isométriques par la condition minimale CCC.

6.

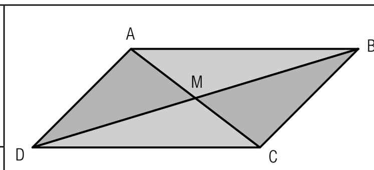
Hypothèses	• AB // CD • Le point M est le point milieu de $\overline{AD}$ et de $\overline{BC}$.	
Conclusion	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	
Affirmation	**Justification**	
1. $\overline{AM} \cong \overline{DM}$	Le point M est le point milieu de $\overline{AD}$.	
2. $\angle$ AMB $\cong$ $\angle$ DMC	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.	
3. $\overline{BM} \cong \overline{CM}$	Le point M est le point milieu de $\overline{BC}$.	
4. Δ ABM $\cong$ Δ DCM	Par la condition minimale CAC.	
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	Les côtés homologues des triangles isométriques sont isométriques.	

Page 197

7. a)

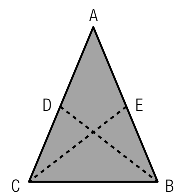
Hypothèses	• ABCD est un parallélogramme. • Le point M est le point milieu de $\overline{AC}$ et de $\overline{BD}$.	
Conclusion	Δ AMD $\cong$ Δ CMB	
Affirmation	**Justification**	
1. $\overline{AM} \cong \overline{CM}$	Le point M est le point milieu de $\overline{AC}$.	
2. m $\angle$ AMD = m $\angle$ CMB	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.	
3. $\overline{DM} \cong \overline{BM}$	Le point M est le point milieu de $\overline{BD}$.	
4. Δ AMD $\cong$ Δ CMB	Par la condition minimale CAC.	

b)

Hypothèses	• ABCD est un parallélogramme. • Le point M est le point milieu de $\overline{AC}$ et de $\overline{BD}$.	
Conclusion	Δ AMB $\cong$ Δ CMD	
Affirmation	**Justification**	
1. $\overline{AM} \cong \overline{CM}$	Le point M est le point milieu de $\overline{AC}$.	
2. m $\angle$ AMB = m $\angle$ CMD	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.	
3. $\overline{DM} \cong \overline{MB}$	Le point M est le point milieu de $\overline{BD}$.	
4. Δ AMD $\cong$ Δ CMB	Par la condition minimale CAC.	

Page 198

8.

Hypothèses	• Le point D est le point milieu de $\overline{AC}$. • Le point E est le point milieu de $\overline{AB}$. • Le triangle ABC est isocèle.	
Conclusion	$\overline{DB} \cong \overline{EC}$	
Affirmation	**Justification**	
1. $\overline{DC} \cong \overline{EB}$	Le triangle ABC est isocèle et les points D et E sont respectivement les points milieux de $\overline{AC}$ et $\overline{AB}$.	
2. $\angle$ DCB $\cong$ $\angle$ EBC	Ce sont les angles isométriques d'un triangle isocèle.	
3. $\overline{CB} \cong \overline{BC}$	Les triangles DBC et ECB partagent le même côté.	
4. Δ DBC $\cong$ Δ ECB	Par la condition minimale CAC.	
5. $\overline{DB} \cong \overline{EC}$	Les côtés homologues des triangles isométriques sont isométriques.	

9. a) $m \angle BAC = m \angle DAC = 48 \div 2 = 24°$ — Le segment AC est la bissectrice de l'angle DAB.

$m\,\overline{AC} = m\,\overline{AC}$ — Les triangles ABC et ADC partagent le même côté.

$m \angle BCA = m \angle DCA = 180 - 90 - 24 = 66°$ — La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.

Réponse : Le triangle ABC est isométrique au triangle ADC par ACA.

b) Puisque $\Delta ABC \cong \Delta ADC$,
$m\,\overline{BC} = m\,\overline{DC} = 3{,}66$ m

Réponse : Le segment CD mesure 3,66 cm.

c) À l'aide de la relation de Pythagore, on obtient : $(m\,\overline{AD})^2 = (m\,\overline{AC})^2 - (m\,\overline{CD})^2$

$$m\,\overline{AD} = \sqrt{9^2 - 3{,}66^2} \approx 8{,}22 \text{ cm}$$

Réponse : Le segment AD mesure environ 8,22 cm.

Page 199

10. a) Δ ABE $\cong$ Δ DBC par CAC.
$x = 180° - (40° + 32°) = 108°$

b) Δ ABE $\cong$ Δ CBD par ACA.
$x = \sqrt{10{,}4^2 + 8{,}1^2} \approx 13{,}18$ cm

11. $c^2 = a^2 + b^2$
$a = \sqrt{8{,}6^2 - 4{,}3^2} \approx 7{,}45$ cm

$A = \dfrac{b \times h}{2} \approx \dfrac{7{,}45 \times 4{,}3}{2} \approx 16{,}01 \text{ cm}^2$

Aire totale : $6 \times 16{,}01 \approx 96{,}08 \text{ cm}^2$

Réponse : L'aire totale de ce logo est d'environ 96,08 cm^2.

12. Puisque les triangles MAV et CBV sont isométriques par ACA : $\overline{MV} \cong \overline{CV}$
$m\,\overline{AV} = m\,\overline{BV} = 7{,}49$ m
$m\,\overline{MA} = m\,\overline{CB} = 5{,}92$ m

$m\,\overline{MV} = \sqrt{(m\,\overline{MA})^2 + (m\,\overline{AV})^2} = \sqrt{5{,}92^2 + 7{,}49^2} \approx 9{,}55$ m

$9{,}55 > 9$

Réponse : Puisque le saut dépasse 9 m, la cascade n'est pas sécuritaire.

Page 200

13. Puisque les triangles ABE et BCD sont isométriques :

$m\ \overline{BE} = m\ \overline{CD}$
$= 6\ m$

$m\ \overline{AE} = m\ \overline{BD}$
$= 5\ m$

$m\ \overline{AB} = \sqrt{(m\ \overline{AE})^2 + (m\ \overline{BE})^2}$
$= \sqrt{5^2 + 6^2}$
$\approx 7{,}81\ m$

$m\ \overline{AB} = m\ \overline{CB} \approx 7{,}81\ m$

$m\ \overline{DE} = m\ \overline{BE} - m\ \overline{BD}$
$= 6 - 5$
$= 1\ m$

$P = m\ \overline{AB} + m\ \overline{BC} + m\ \overline{CD} + m\ \overline{DE} + m\ \overline{AE}$
$\approx 7{,}81 + 7{,}81 + 6 + 1 + 5$
$\approx 27{,}62\ m$

Réponse : Le périmètre de la voile est d'environ 27,62 m.

14. On peut affirmer que ces deux triangles rectangles sont isométriques par CCC puisque, à l'aide de la relation de Pythagore, on obtient la longueur de la deuxième cathète, qui, dans ce cas-ci, mesure 21 cm. On peut aussi utiliser la condition minimale CAC puisqu'on dit que le triangle est rectangle. L'angle droit est donc compris entre les deux cathètes et on peut déterminer la mesure de l'autre cathète à l'aide de la relation de Pythagore. On ne peut pas utiliser la condition minimale ACA puisqu'on ne connaît pas la mesure des angles compris entre les cathètes et l'hypoténuse.

15. Tracé 2 : $180 - 110 - 37 = 33°$

Pour chacun des tracés, on a un côté de 17 m compris entre des angles mesurant respectivement 37° et 33°.

Réponse : Les deux triangles formant les tracés sont isométriques par ACA. Par conséquent, le tracé 2 n'est pas plus long et cet athlète n'a pas raison de se plaindre.

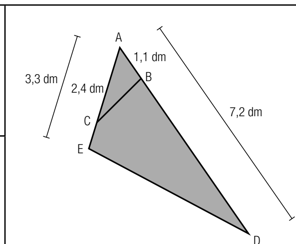
16. Elle a tort, les triangles ne sont pas isométriques par la condition minimale CAC. Puisque le côté AB est homologue au côté DF (le plus long dans chaque cas), c'est le côté DF qui devrait mesurer 61 cm et non le côté DE.

SECTION 5.2 Conditions minimales de similitude des triangles

Page 202

1. **a)** AA
b) CAC
c) CCC
d) CCC
e) CAC
f) AA

2.

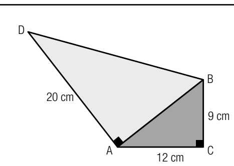
Hypothèse	ABC et AED sont des triangles.	
Conclusion	Δ ABC ∼ Δ AED	

Affirmation	**Justification**
1. $\frac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{AC}} = \frac{7{,}2}{2{,}4} = 3$	Rapport des mesures de côtés homologues.
2. ∠ CAB ≅ ∠ DAE	Les deux triangles ont un angle en commun.
3. $\frac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{AB}} = \frac{3{,}3}{1{,}1} = 3$	Rapport des mesures de côtés homologues.
4. Δ ABC ~ Δ AED	Par la condition minimale CAC.

Page 203

3. **a)** AA
b) AA
c) CAC
d) CCC ou CAC.

4.

Hypothèse	ABC et DBA sont des triangles.	
Conclusion	Δ ABC ∼ Δ DBA	

Affirmation	**Justification**
1. $m\ \overline{AB} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ cm	Par la relation de Pythagore.
2. $\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{BC}} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$	Rapport des mesures de côtés homologues.
3. $m\angle ACB = m\angle DAB = 90°$	Définition de l'angle droit.
4. $\frac{m\ \overline{DA}}{m\ \overline{AC}} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$	Rapport des mesures de côtés homologues.
5. Δ ABC ∼ Δ DBA	Par la condition minimale CAC.

5.

	m ∠ ABC	m ∠ BCA	m ∠ CAB	m $\overline{AB}$	m $\overline{BC}$	m $\overline{CA}$
Triangle ①	23°	**90°**	**67°**	26 cm	**24 cm**	10 cm
Triangle ②	**23°**	**90°**	**67°**	$\mathbf{\frac{13}{3}}$ **≈ 4,33 cm**	4 cm	$\mathbf{\frac{5}{3}}$ **≈ 1,67 cm**
Triangle ③	**23°**	**90°**	67°	13 cm	**12 cm**	**5 cm**
Triangle ④	**23°**	**90°**	**67°**	**39 cm**	36 cm	15 cm

Page 204

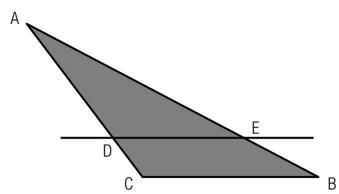
6. Périmètre du triangle ABC : 3,2 + 4,4 + 6,8 = 14,4 cm

Rapport de similitude des triangles ABC et DEF : $\frac{18}{14,4} = 1,25$

Mesure de chacun des côtés du triangle DEF :
3,2 × 1,25 = 4 cm
4,4 × 1,25 = 5,5 cm
6,8 × 1,25 = 8,5 cm

Réponse : Les côtés du triangle DEF mesurent respectivement 4 cm, 5,5 cm et 8,5 cm.

7.

Toute droite sécante à deux côtés d'un triangle et parallèle au troisième côté forme un triangle semblable au premier.	
Hypothèses	• ABC est un triangle. • La droite DE est sécante à $\overline{AC}$ et $\overline{AB}$. • La droite DE est parallèle à $\overline{CB}$.
Conclusion	Δ ABC ~ Δ AED
Affirmation	**Justification**
1. ∠ CAB ≅ ∠ DAE	Angle commun aux deux triangles.
2. ∠ AED ≅ ∠ ABC	Angles correspondants formés par deux parallèles et une sécante.
3. Δ ABC ~ Δ AED	Par la condition minimale AA.

8. Puisque les triangles AEB et CED sont semblables par la condition minimale AA, ∠ AEB ≅ ∠ CED (opposés par le sommet) et ∠ EAB ≅ ∠ECD (angles alternes-internes), $\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{CD}} = \frac{12}{8} = \frac{m\ \overline{EB}}{m\ \overline{ED}}$.

Donc, m $\overline{ED}$ = 7,5 ÷ 1,5 = 5 cm. Puisque le triangle AEB est isocèle, $\overline{AE} \cong \overline{EB}$ et $\overline{ED} \cong \overline{EC}$.

Par conséquent, m $\overline{AC}$ = m $\overline{AE}$ + m $\overline{EC}$
m $\overline{AC}$ = 7,5 + 5 = 12,5 cm

Réponse : La diagonale AC mesure 12,5 cm.

Page 205

9. a) $y = \sqrt{55^2 + 48^2}$
$= 73$ cm
$\frac{55}{99} = \frac{48}{x}$
$x = 86,4$ cm

b) $\frac{30,5}{40 + 18} = \frac{34}{x}$
$x \approx 64,66$ mm
$\frac{40}{30,5 + y} = \frac{30,5}{40 + 18}$
$y \approx 45,57$ mm

c) $\frac{2,9}{2,9 + 1,45} = \frac{3,8}{x}$
$x = 5,7$ mm
$\frac{2,9}{2,9 + 1,45} = \frac{3,2}{3,2 + y}$
$y = 1,6$ mm

10. Sachant que les triangles ACE et BCD sont semblables par AA :

Mesure de l'ombre de l'arbre : 2,52 + 1,2 = 3,72 m

Rapport des ombres : 3,72 ÷ 1,2 = 3,1

Hauteur de l'arbre : 1,8 × 3,1 = 5,58 m

Réponse : La hauteur de l'arbre est de 5,58 m.

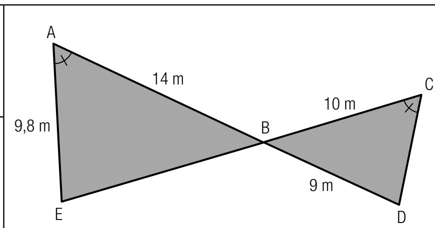
11. m ∠ DCG = m ∠ GAF = 25°
Puisque les triangles AFG et CGD sont semblables et que l'angle CGD mesure 29° :

m ∠ CDG = m ∠ AGF
= 180° − 25° − 29°
= 126°

Donc :
m ∠ DGF = 126° − 28° − 29°
= 69°

Page 206

12. a)

<table>
<tr><td>Hypothèses</td><td>• ABE et CBD sont des triangles.
• $\angle$ EAB $\cong$ $\angle$ DCB</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Conclusion</td><td>Δ ABE $\sim$ Δ CBD</td></tr>
</table>

Affirmation	Justification
1. $\angle$ ABE $\cong$ $\angle$ CBD	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
2. $\angle$ EAB $\cong$ $\angle$ DCB	Par hypothèse.
3. Δ ABE $\sim$ Δ CBD	Par la condition minimale AA.

b) $\dfrac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{CB}} = \dfrac{m\ \overline{EB}}{m\ \overline{DB}}$ $\qquad$ $\dfrac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{CB}} = \dfrac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{CD}}$

$\dfrac{14}{10} = \dfrac{m\ \overline{EB}}{9}$ $\qquad$ $\dfrac{14}{10} = \dfrac{9{,}8}{m\ \overline{CD}}$

$m\ \overline{EB} = 12{,}6$ m $\qquad$ $m\ \overline{CD} = 7$ m

Réponse : Le côté EB mesure 12,6 m et le côté CD, 7 m.

13. Longueur de la base du tremplin ①:

$$m\ \overline{AC} = \sqrt{3{,}26^2 - 3^2} \approx 1{,}28 \text{ m}$$

$$\frac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{EF}} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \qquad \frac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{DF}} \approx \frac{1{,}28}{1{,}7} \approx 0{,}75 \qquad m\angle ACB = m\angle DFE = 90°$$

Les tremplins ① et ② sont semblables par CAC.

Réponse : Maude a tort. Puisque les deux vues correspondent à des triangles semblables, les deux tremplins ont nécessairement la même inclinaison.

Page 207

14. Puisque les triangles ACE et BCD sont semblables par AA, on peut établir les proportions suivantes :

$$\frac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{BC}} = \frac{m\ \overline{EC}}{m\ \overline{DC}}$$

$$\frac{10{,}5 + 3}{10{,}5} = \frac{2x - 1 + x - 2}{2x - 1}$$

$$x = 4$$

$$m\ \overline{DC} = 2x - 1 = 2 \times 4 - 1 = 7 \text{ u}$$

$$m\ \overline{ED} = x - 2 = 4 - 2 = 2 \text{ u}$$

$$m\ \overline{BD} = x^2 - 12{,}5 = 4^2 - 12{,}5 = 3{,}5 \text{ u}$$

$$m\ \overline{AE} = \frac{2x^2 - 3x - 11}{2} = \frac{2 \times 4^2 - 3 \times 4 - 11}{2} = 4{,}5 \text{ u}$$

Réponse : $m\ \overline{DC} = 7$ u, $m\ \overline{ED} = 2$ u, $m\ \overline{BD} = 3{,}5$ u, $m\ \overline{AE}$ 4,5 u

15. Puisque les triangles ABC et DEF sont semblables par AA, on peut établir les proportions suivantes :

$$\frac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{ED}} = \frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{FE}}$$

$$\frac{64}{52} = \frac{52}{m\ \overline{FE}}$$

$$m\ \overline{EF} = 42{,}25 \text{ mm}$$

Réponse : Le côté EF mesure 42,25 mm.

16. Puisque les deux triangles formés sont semblables par AA, on peut établir la proportion suivante, où x est la hauteur de l'édifice :

$$\frac{144{,}3}{1{,}4} = \frac{x}{1{,}65}$$

$$x \approx 170{,}07 \text{ m}$$

Réponse : La hauteur de l'édifice est d'environ 170,07 m.

SECTION 5.3 Figures équivalentes : périmètre, aire et volume

Page 210

1. ① Ⓒ, ② Ⓐ, ③ Ⓑ

2. ① Ⓒ, ② Ⓑ, ③ Ⓐ

3. a) Le décagone (la figure ⑥) a le plus petit périmètre et le triangle (la figure ①) a le plus grand périmètre.

b) Le triangle (la figure ①) a la plus petite aire et le décagone (la figure ⑥) a la plus grande aire.

Page 211

4. a) La boule (le solide ⑥) a la plus petite aire totale et le prisme à base triangulaire (le solide ②) a la plus grande aire totale.

b) Le prisme à base triangulaire (le solide ②) a le plus petit volume et la boule (le solide ⑥) a le plus grand volume.

5. a)

$$A_{\text{rectangle}} = b \times h = 15 \times 10 = 150 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{trapèze}} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$150 = \frac{(37 + x) \times 6}{2}$$

$$x = 13 \text{ dm}$$

b)

$$A_{\text{octogone}} = \frac{can}{2} = \frac{12 \times 14{,}5 \times 8}{2} = 696 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{carré}} = c^2$$

$$696 = c^2$$

$$c = \sqrt{696} \approx 26{,}38 \text{ cm}$$

Page 212

6. a) $V_{\text{prisme}} = A_{\text{base}} \times h = 24 \times 18 \times 32 = 13\,824 \text{ mm}^3$

$V_{\text{cube}} = c^3$
$13\,284 = x^3$
$x = \sqrt[3]{13\,824} = 24 \text{ mm}$

b) $V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 \times h = \pi 5^2 \times 12 = 300\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$300\pi = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$r = \sqrt[3]{225} \approx 6{,}08 \text{ cm}$

c) $V_{\text{prisme}} = A_{\text{base}} \times h = \dfrac{can}{2} \times h = \dfrac{14 \times 12{,}12 \times 6}{2} \times 10 = 5090{,}4 \text{ dm}^3$

$V_{\text{prisme}} = A_{\text{base}} \times h = \dfrac{b \times h}{2} \times h$
$5090{,}4 = \dfrac{22 \times 16}{2} \times h$
$h \approx 28{,}92 \text{ dm}$

d) $V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{4\pi 6^3}{3} = 288\pi \text{ cm}^3$

$V_{\text{cône}} = \dfrac{A_{\text{base}} \times h}{3}$
$288\pi = \dfrac{\pi r^2 \times 6}{3}$
$r^2 = 144$
$r = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$

Page 213

7. a) Le modèle de forme cylindrique contient la plus grande quantité de cire puisque l'aire de sa base est la plus grande; par conséquent, le volume de cette chandelle est aussi plus grand.

b) Le modèle dont la base est carrée a la plus grande aire latérale puisque son périmètre est plus grand.

c) Puisque l'emballage fait référence à l'aire totale, le modèle cylindrique, ayant l'aire totale la plus petite pour un même volume, nécessite le moins de papier d'emballage.

8. a) $V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 \times h$
$V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$\dfrac{4\pi r^3}{3} = \pi r^2 \times h$
$r^3 = \dfrac{3\pi r^2 \times h}{4\pi}$
$r = \dfrac{3}{4}h$

$A_{\text{boule}} = 4\pi r^2 = 4\pi\left(\dfrac{3}{4}h\right)^2 = \dfrac{9}{4}\pi h^2$

b) $V_{\text{cube}} = c^3$
$V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$
$\dfrac{4\pi r^3}{3} = c^3$
$r^3 = \dfrac{3c^3}{4\pi}$
$r = \sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}}\,c$

$A_{\text{boule}} = 4\pi r^2 = 4\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}}\,c\right)^2 = 4\pi\left(\dfrac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} c^2$

Page 214

9. a) La disposition de 6 bouteilles par 6 bouteilles nécessite le moins d'emballage, car la base du polygone formé est un carré et, pour des aires équivalentes, le carré est le polygone régulier dont le périmètre est le plus petit.

b) Volume total des bouteilles:
$600 \times 36 = 21\,600$ ml, soit $21\,600 \text{ cm}^3$
Volume de l'emballage à base carrée:
$3{,}2 \times 12 = 38{,}4$ cm
$A_{\text{base}} = 38{,}4 \times 38{,}4 = 1474{,}56 \text{ cm}^2$
$V_{\text{boîte}} = 1474{,}56 \times 22{,}2 \approx 32\,735{,}23 \text{ cm}^3$
Volume inoccupé: $32\,735{,}23 - 21\,600 \approx 11\,135{,}23 \text{ cm}^3$

Réponse: Le volume inoccupé est d'environ 11 135,23 cm³.

10. a) Volume de la boule: $V_{\text{boule}} = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

Volume du cylindre: $V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 \times h = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$

Volume des deux tiers du cylindre: $\dfrac{2}{3} \times 2\pi r^3 = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

Réponse: Le volume de la boule correspond bien aux deux tiers du volume du cylindre circulaire droit qui la contient.

b) Aire de la boule: $A_{\text{boule}} = 4\pi r^2$

Aire latérale du cylindre: $A_{\text{cylindre}} = 2\pi r \times h = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

Réponse: L'aire de la boule est bien équivalente à l'aire latérale du cylindre qui la contient.

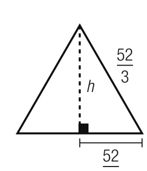
Page 215

11. Il doit disposer la clôture en forme de triangle équilatéral. Ainsi:

$P = 52$ m
$c = 52 \div 3 = \dfrac{52}{3}$ m

$h = \sqrt{\left(\dfrac{52}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{52}{6}\right)^2} \approx 15{,}01$ m

Aire de l'enclos: $A = \dfrac{b \times h}{2} \approx \dfrac{\frac{52}{3} \times 15{,}01}{2} \approx 130{,}1 \text{ m}^2$



Réponse: La superficie minimale de l'enclos est d'environ 130,1 m².

12. a) $V_{\text{prisme}} = A_{\text{base}} \times h$
$= \dfrac{can}{2} \times h$
$= \dfrac{3{,}5 \times 4{,}22 \times 8}{2} \times 9$
$= 531{,}72 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cône}} = \dfrac{A_{\text{base}} \times h}{3}$
$= \dfrac{\pi r^2 \times h}{3}$
$531{,}72 = \dfrac{\pi r^2 \times 10}{3}$
$r^2 \approx 50{,}78$
$r \approx \sqrt{50{,}78}$
$\approx 7{,}13 \text{ cm}$

Réponse : Le rayon de la base de la partie conique du premier verre est d'environ 7,13 cm.

b) $A_{\text{disque}} = \pi r^2$
$\approx \pi 7{,}13^2$
$\approx 159{,}52 \text{ cm}^2$

$A_{\text{octogone}} = \dfrac{can}{2}$
$= \dfrac{3{,}5 \times 4{,}22 \times 8}{2}$
$= 59{,}08 \text{ cm}^2$

Réponse : Non, les surfaces à recouvrir ne sont pas équivalentes.

SECTION 5.4 Relations métriques dans le triangle rectangle

Page 217

1. a)

Hypothèse	ABC et ADB sont des triangles rectangles.
Conclusion	Δ ABC ~ Δ ADB
Affirmation	**Justification**
1. ∠ CAB ≅ ∠ BAD	Les deux triangles partagent le même angle.
2. ∠ ABC ≅ ∠ ADB	Ce sont deux angles droits.
3. Δ ABC ~ Δ ADB	Par la condition minimale AA.

b)

Hypothèse	ABC et BDC sont des triangles rectangles.
Conclusion	Δ ABC ~ Δ BDC
Affirmation	**Justification**
1. ∠ ACB ≅ ∠ BCD	Les deux triangles partagent le même angle.
2. ∠ ABC ≅ ∠ BDC	Ce sont deux angles droits.
3. Δ ABC ~ Δ BDC	Par la condition minimale AA.

c)

Hypothèse	ABD et BCD sont des triangles rectangles.
Conclusion	Δ ABD ~ Δ BCD
Affirmation	**Justification**
1. ∠ ADB ≅ ∠ BDC	Ce sont deux angles droits.
2. ∠ BAD ≅ ∠ CBD	m ∠ BAD = 90° − m ∠ BCD m ∠ CBD = 90° − m ∠ BCD Donc, ∠ BAD ≅ ∠ CBD.
3. Δ ABD ~ Δ BCD	Par la condition minimale AA.

Page 218

2. $\dfrac{m\,\overline{AD}}{m\,\overline{BD}} = \dfrac{m\,\overline{BD}}{m\,\overline{CD}}$
$\dfrac{16}{m\,\overline{BD}} = \dfrac{m\,\overline{BD}}{4}$
$(m\,\overline{BD})^2 = 64$
$m\,\overline{BD} = 8 \text{ cm}$

3. a) $\dfrac{m\,\overline{LO}}{m\,\overline{LM}} = \dfrac{m\,\overline{LM}}{m\,\overline{NL}}$ ou $\dfrac{m\,\overline{NO}}{m\,\overline{MN}} = \dfrac{m\,\overline{MN}}{m\,\overline{LN}}$.

b) $\dfrac{m\,\overline{HI}}{m\,\overline{IK}} = \dfrac{m\,\overline{IK}}{m\,\overline{IJ}}$

4. a) *Plusieurs réponses possibles. Exemple :*
$\dfrac{m\,\overline{AB}}{m\,\overline{BD}} = \dfrac{m\,\overline{BD}}{m\,\overline{BC}}$
$\dfrac{2{,}8}{m\,\overline{BD}} = \dfrac{m\,\overline{BD}}{5{,}1}$
$m\,\overline{BD} \approx 3{,}78 \text{ cm}$

$m\,\overline{AC} \times m\,\overline{BD} = m\,\overline{AD} \times m\,\overline{CD}$
$7{,}9 \times m\,\overline{BD} = 3{,}8 \times 6{,}6$
$m\,\overline{BD} \approx 3{,}17 \text{ cm}$

b) Le triangle ACD n'est pas rectangle en D.
ou
Le segment BD n'est pas la hauteur du triangle ACD issue du sommet de l'angle droit. Les triangles formés par ce segment ne sont donc pas semblables.

Page 219

5. a) $m\,\overline{AC} \times m\,\overline{BD} = m\,\overline{AB} \times m\,\overline{BC}$
$17{,}69 \times 8{,}82 = 13 \times m\,\overline{BC}$
$m\,\overline{BC} \approx 12 \text{ cm}$
$x \approx 12 \text{ cm}$

b) $\dfrac{m\,\overline{EF}}{m\,\overline{EH}} = \dfrac{m\,\overline{EH}}{m\,\overline{EG}}$
$\dfrac{2}{m\,\overline{EH}} = \dfrac{m\,\overline{EH}}{12}$
$m\,\overline{EH} \approx 4{,}9 \text{ cm}$
$x \approx 4{,}9 \text{ cm}$

c) $\dfrac{m\,\overline{KL}}{m\,\overline{IK}} = \dfrac{m\,\overline{IK}}{m\,\overline{JK}}$
$\dfrac{m\,\overline{KL}}{18} = \dfrac{18}{11}$
$m\,\overline{KL} \approx 29{,}45 \text{ cm}$
$x \approx 29{,}45 \text{ cm}$

d) $m\,\overline{MO} \times m\,\overline{PN} = m\,\overline{MN} \times m\,\overline{ON}$
$m\,\overline{MO} \times 5 = 6 \times 7$
$m\,\overline{MO} = 8{,}4 \text{ cm}$
$x = 8{,}4 \text{ cm}$

e) $m\,\overline{QS} \times m\,\overline{RT} = m\,\overline{QR} \times m\,\overline{RS}$
$36{,}34 \times m\,\overline{RT} = 32 \times 15$
$m\,\overline{RT} \approx 13{,}21 \text{ cm}$
$x \approx 13{,}21 \text{ cm}$

f) $\dfrac{m\,\overline{VW}}{m\,\overline{VX}} = \dfrac{m\,\overline{VX}}{m\,\overline{UV}}$
$\dfrac{50}{m\,\overline{VX}} = \dfrac{m\,\overline{VX}}{8}$
$m\,\overline{VX} = 20 \text{ cm}$
$x = 20 \text{ cm}$

6.

	m $\overline{AB}$	m $\overline{BC}$	m $\overline{BD}$	m $\overline{CD}$	m $\overline{AC}$	m $\overline{AD}$
Triangle 1	**11,25 cm**	15 cm	9 cm	**12 cm**	**18,75 cm**	**6,75 cm**
Triangle 2	10 cm	24 cm	**≈ 9,23 cm**	**≈ 22,15 cm**	**26 cm**	**≈ 3,85 cm**
Triangle 3	48 cm	**55 cm**	**≈ 36,16 cm**	**≈ 41,44 cm**	73 cm	**≈ 31,56 cm**
Triangle 4	**≈ 27,62 cm**	**29 cm**	20 cm	21 cm	**≈ 40,05 cm**	**≈ 19,05 cm**

Page 220

7. Aire des faces latérales :

$$\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{BD}} = \frac{m\ \overline{BD}}{m\ \overline{BC}}$$

$$\frac{0{,}21}{m\ \overline{BD}} = \frac{m\ \overline{BD}}{1{,}35}$$

$$m\ \overline{BD} \approx 0{,}53 \text{ m}$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{m\ \overline{AC} \times m\ \overline{BD}}{2} \approx \frac{1{,}56 \times 0{,}53}{2} \approx 0{,}42 \text{ m}^2$$

$$A_L \approx 2 \times 0{,}42 \approx 0{,}83 \text{ m}^2$$

Aire de la face oblique :

$$A_{\text{rectangle}} = m\ \overline{CG} \times m\ \overline{AC} = 1{,}84 \times 1{,}56 \approx 2{,}87 \text{ m}^2$$

Aire totale : $0{,}83 + 2{,}87 \approx 3{,}7 \text{ m}^2$

Réponse : L'aire de la surface à recouvrir est d'environ 3,7 m^2.

8.

$$(m\ \overline{AC})^2 = (m\ \overline{AD})^2 + (m\ \overline{CD})^2 = 3{,}8^2 + 1{,}53^2$$

$$m\ \overline{AC} \approx \sqrt{14{,}44 + 2{,}34} \approx 4{,}1 \text{ m}$$

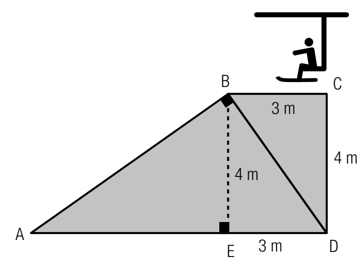
$$m\ \overline{AC} \times m\ \overline{BD} = m\ \overline{AD} \times m\ \overline{CD}$$

$$4{,}1 \times m\ \overline{BD} \approx 3{,}8 \times 1{,}53$$

$$m\ \overline{BD} \approx 1{,}42 \text{ m}$$

Réponse : La longueur de chacune des contre-fiches est d'environ 1,42 m.

9. Puisque les sections BC et AD sont parallèles, on peut déduire que la hauteur de la rampe de débarquement CD correspond aussi à la hauteur du triangle ABD. Par conséquent :



$$\frac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{BE}} = \frac{m\ \overline{BE}}{m\ \overline{ED}} \qquad \frac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{AB}} = \frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{AD}}$$

$$\frac{m\ \overline{AE}}{4} = \frac{4}{3} \qquad \frac{5{,}33}{m\ \overline{AB}} \approx \frac{m\ \overline{AB}}{8{,}33}$$

$$m\ \overline{AE} \approx 5{,}33 \text{ m} \qquad m\ \overline{AB} \approx 6{,}67 \text{ m}$$

Réponse : La longueur de la section inclinée AB est d'environ 6,67 m.

Page 221

10. Longueur de la section inclinée :

$$(m\ \overline{AB})^2 = (m\ \overline{AC})^2 + (m\ \overline{BC})^2 = 3{,}2^2 + 4{,}1^2$$

$$m\ \overline{AB} = \sqrt{10{,}24 + 16{,}81} \approx 5{,}2 \text{ m}$$

Longueur de la tige 1 :

$$m\ \overline{AB} \times m\ \overline{CE} = m\ \overline{AC} \times m\ \overline{BC}$$

$$5{,}2 \times m\ \overline{CE} \approx 3{,}2 \times 4{,}1$$

$$m\ \overline{CE} \approx 2{,}52 \text{ m}$$

Longueur de la tige 2 :

$$(m\ \overline{AC})^2 = (m\ \overline{AE})^2 + (m\ \overline{CE})^2$$

$$3{,}2^2 \approx (m\ \overline{AE})^2 + 2{,}52^2$$

$$m\ \overline{AE} \approx \sqrt{10{,}24 - 6{,}36} \approx 1{,}97 \text{ m}$$

$$m\ \overline{AC} \times m\ \overline{ED} = m\ \overline{CE} \times m\ \overline{AE}$$

$$3{,}2 \times m\ \overline{ED} \approx 2{,}52 \times 1{,}97$$

$$m\ \overline{ED} \approx 1{,}55 \text{ m}$$

Longueur de la tige 3 :

$$(m\ \overline{BC})^2 = (m\ \overline{BE})^2 + (m\ \overline{CE})^2$$

$$4{,}1^2 \approx (m\ \overline{BE})^2 + 2{,}52^2$$

$$m\ \overline{BE} \approx \sqrt{16{,}81 - 6{,}36} \approx 3{,}23 \text{ m}$$

$$m\ \overline{BC} \times m\ \overline{EF} = m\ \overline{CE} \times m\ \overline{BE}$$

$$4{,}1 \times m\ \overline{EF} \approx 2{,}52 \times 3{,}23$$

$$m\ \overline{EF} \approx 1{,}99 \text{ m}$$

Réponse : Les trois tiges d'acier mesurent respectivement environ 2,52 m, environ 1,55 m et environ 1,99 m.

11. Soit x, la hauteur de l'ovni.

$$\frac{10}{x} = \frac{x}{4}$$

$$x^2 = 40$$

$$x \approx 6{,}32 \text{ km}$$

Réponse : La hauteur de l'ovni est d'environ 6,32 km.

Page 222

12. Aire du triangle HCF :

Hauteur du triangle : $\frac{m\ \overline{GF}}{m\ \overline{CG}} = \frac{m\ \overline{CG}}{m\ \overline{HG}}$

$\frac{36}{m\ \overline{CG}} = \frac{m\ \overline{CG}}{9}$

$m\ \overline{CG} = 18$ cm

$A_{triangle} = \frac{b \times h}{2}$

$= \frac{45 \times 18}{2}$

$= 405$ cm^2

Aire du morceau de bois rectangulaire :

Base de la planche : $4 + 9 + 36 + 11 = 60$ cm

$A_{rectangle} = b \times h$

$= 60 \times 18$

$= 1080$ cm^2

Aire totale des retailles : $1080 - 405 = 675$ cm^2

Réponse : L'aire totale des retailles est de 675 cm^2.

13. $m\ \overline{AE} = \sqrt{(m\ \overline{AB})^2 - (m\ \overline{BE})^2}$

$= \sqrt{3,4^2 - 3,04^2}$

$\approx 1,52$ cm

$\frac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{BE}} = \frac{m\ \overline{BE}}{m\ \overline{EC}}$

$\frac{1,52}{3,04} \approx \frac{3,04}{m\ \overline{EC}}$

$m\ \overline{EC} \approx 6,07$ cm

$m\ \overline{FC} = m\ \overline{EC} - m\ \overline{FE}$

$\approx 6,07 - 1,9$

$\approx 4,17$ cm

$m\ \overline{BC} = \sqrt{(m\ \overline{AC})^2 - (m\ \overline{AB})^2}$

$\approx \sqrt{7,59^2 - 3,4^2}$

$\approx 6,79$ cm

$\frac{m\ \overline{FC}}{m\ \overline{CD}} = \frac{m\ \overline{CD}}{m\ \overline{AC}}$

$\frac{4,17}{m\ \overline{CD}} \approx \frac{m\ \overline{CD}}{7,59}$

$m\ \overline{CD} \approx 5,63$ cm

$\frac{m\ \overline{AF}}{m\ \overline{AD}} = \frac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{AC}}$

$\frac{3,42}{m\ \overline{AD}} \approx \frac{m\ \overline{AD}}{7,59}$

$m\ \overline{AD} \approx 5,1$ cm

Périmètre du quadrilatère : $P = m\ \overline{AB} + m\ \overline{BC} + m\ \overline{CD} + m\ \overline{AD}$

$\approx 3,4 + 6,79 + 5,62 + 5,1$

$\approx 20,91$ cm

Réponse : Le périmètre du quadrilatère est d'environ 20,91 cm.

MÉLI-MÉLO

Page 223

1. **a)** ACA **b)** CCC **c)** CAC

2. **a)** AA **b)** CCC **c)** CAC **d)** CAC **e)** AA **f)** CCC

3. 1 C, 2 A, 3 B

Page 224

4. **a)** 1) CAC 2) $\frac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{CD}} = \frac{m\ \overline{AE}}{m\ \overline{BD}}$

$\frac{24}{16} = \frac{18}{m\ \overline{BD}}$

$m\ \overline{BD} = 12$ dm

$x = 12$ dm

b) 1) AA 2) $\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{CE}} = \frac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{ED}}$

$\frac{26,4}{22} = \frac{m\ \overline{AD}}{34}$

$m\ \overline{AD} = 40,8$ cm

$m\ \overline{AE} = 40,8 - 34$

$= 6,8$ cm

$x = 6,8$ cm

c) 1) CAC 2) $\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{BC}} = \frac{m\ \overline{AD}}{m\ \overline{CD}}$

$\frac{1,9}{1,9} = \frac{m\ \overline{AD}}{6,6}$

$m\ \overline{AD} = 6,6$ cm

$x = 6,6$ cm

5.

	$m\ \overline{AB}$	$m\ \overline{BC}$	$m\ \overline{BD}$	$m\ \overline{CD}$	$m\ \overline{AC}$	$m\ \overline{AD}$
Triangle 1	**27 cm**	36 cm	**21,6 cm**	**28,8 cm**	45 cm	**16,2 cm**
Triangle 2	40 cm	42 cm	**≈ 28,97 cm**	**≈ 30,41 cm**	**58 cm**	**≈ 27,59 cm**
Triangle 3	**13 cm**	**31,2 cm**	12 cm	**28,8 cm**	**33,8 cm**	5 cm

Page 225

6. **a)** Soit x, la hauteur du lampadaire.

$\frac{1,3}{2,5} = \frac{1,72}{x}$

$x \approx 3,31$ m

b) Soit x, la largeur du canal maritime.

$\frac{0,96}{7,44} = \frac{1,14}{x}$

$x \approx 8,84$ m

c) Soit x, la largeur du boulevard.

$\frac{9}{21} = \frac{x}{x + 14}$

$x = 10,5$ m

7. La boule est le solide qui offre le meilleur rapport volume/aire totale.

8. **a)** $V_{prisme\ 1} = A_{base} \times h$

$= \frac{b \times h}{2} \times h$

$= \frac{10 \times 3}{2} \times 19$

$= 285$ mm^3

$V_{prisme\ 2} = A_{base} \times h$

$= \frac{can}{2} \times h$

$285 = \frac{8 \times 6,93 \times 6}{2} x$

$x \approx 1,71$ mm

b) $V_{cylindre\ 1} = \pi r^2 h$

$= \pi 6^2 \times 12$

$= 432\pi$ cm^3

$V_{cylindre\ 2} = \pi r^2 h$

$432\pi = \pi 4^2 x$

$x = 27$ cm

Page 226

9. Rapport de similitude :

$k = \frac{21}{9}$

$= \frac{7}{3}$

Longueur des diagonales du losange EFGH :

Grande diagonale : $D = 16$ cm

Petite diagonale :

$(\text{m } \overline{FG})^2 = \left(\frac{\text{m } \overline{EG}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\text{m } \overline{FH}}{2}\right)^2$

$\frac{\text{m } \overline{EG}}{2} = \sqrt{9^2 - 8^2}$

$\approx 4{,}12$ cm

$d \approx 2 \times 4{,}12$

$\approx 8{,}25$ cm

Longueur des diagonales du losange ABCD :

$D = \frac{7}{3} \times 16$

$\approx 37{,}33$ cm

$d \approx \frac{7}{3} \times 8{,}24$

$\approx 19{,}25$ cm

Aire du losange ABCD :

$A_{\text{losange}} = \frac{D \times d}{2}$

$\approx \frac{37{,}33 \times 19{,}25}{2}$

$\approx 359{,}17$ cm²

Réponse : L'aire du losange ABCD est d'environ 359,17 cm².

10. $A_{\text{boule}} = \frac{4\pi r^3}{3}$

$= \frac{4\pi 6^3}{3}$

$= 288\pi$ dm³

$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 \times h$

$288\pi = \pi r^2 \times 18$

$r = 4$ dm

Réponse : Le rayon du cylindre circulaire droit mesure 4 dm.

11. Puisqu'on ne peut utiliser ici la condition minimale CAC, les angles isométriques de ces deux triangles n'étant pas compris entre deux paires de côtés homologues isométriques, ces deux triangles ne sont pas isométriques.

Page 227

12. Soit r_1 le rayon de la boule et r_2, le rayon de la base du cylindre circulaire droit.

$\frac{4}{3}\pi r_1^3 = 4\pi r_2^2$

$\frac{4}{3}\pi(2r_1)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 r_1^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 8r_1^3$

Réponse : Dans la formule du volume de la boule, le rayon est affecté de l'exposant 3. Par conséquent, pour que les deux solides soient équivalents, la hauteur du cylindre doit être multipliée par 8, soit 2^3.

13. Puisque les deux triangles formés sont semblables, on peut établir la proportion suivante, où x représente la hauteur de l'horloge :

$\frac{137{,}1}{2{,}6} = \frac{x}{1{,}82}$

$x = 95{,}97$ m

Réponse : La hauteur de l'horloge Big Ben est de 95,97 m.

14. Lorsqu'on compare deux à deux les modèles ①, ③ et ④, les rapports des mesures des côtés homologues sont égaux, ce qui signifie que ces équerres sont semblables entre elles. Par contre, les modèles ① et ② ne sont pas semblables, ainsi que les modèles ② et ③ et les modèles ② et ④.

Page 228

15. Si les triangles sont semblables, alors les rapports des mesures des côtés homologues sont égaux.

$\frac{\text{m } \overline{CD}}{\text{m } \overline{AD}} = \frac{\text{m } \overline{AC}}{\text{m } \overline{AB}} = \frac{\text{m } \overline{AD}}{\text{m } \overline{BD}}$

Ici, $\text{m } \overline{AD} = b$ et $\text{m } \overline{BD} = a$

$\frac{a + 22}{b} = \frac{24}{20} = \frac{b}{a}$

$20(a + 22) = 24b$
$20a + 440 = 24b$
et $24a = 20b$

$(20a + 440) \times 5 = 24b \times 5$
$100a + 2200 = 120b$
et
$24a \times 6 = 20b \times 6$
$144a = 120b$

Donc, $100a + 2200 = 144a$
$a = 50$ cm
et
$24(50) = 20b$
$b = 60$ cm

Réponse : Le segment AD mesure 60 cm et le segment BD, 50 cm.

16. Longueur d'une partie du diamètre : $56 \div 8 = 7$ cm

Aire du disque : $A_{\text{disque}} = \pi r^2$

$= \pi 28^2$

$\approx 2463{,}01$ cm²

Aire du triangle supérieur :
Soit x, la hauteur du triangle :

$\frac{42}{x} = \frac{x}{14}$

$x \approx 24{,}25$ cm

$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$

$\approx \frac{56 \times 24{,}25}{2}$

$\approx 678{,}96$ cm²

Aire du triangle inférieur :
Soit x, la hauteur du triangle :

$\frac{49}{x} = \frac{x}{7}$

$x \approx 18{,}52$ cm

$A_{\text{triangle}} = \frac{b \times h}{2}$

$\approx \frac{56 \times 18{,}52}{2}$

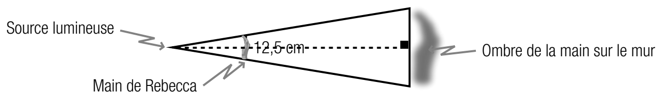
$\approx 518{,}57$ cm²

Aire de la surface bleue :
$2463{,}01 - 678{,}96 - 518{,}57 \approx 1265{,}48$ cm²

Réponse : L'aire de la surface bleue est d'environ 1265,48 cm².

Page 229

17. Distance entre la source et le mur : $0,8 + 3,2 = 4$ m



Puisque les triangles formés sont semblables par AA, il est possible de poser la proportion suivante, où x est la hauteur de l'ombre de la main : $\frac{400}{80} = \frac{x}{12,5}$

$x = 62,5$ cm

Réponse : La hauteur de l'ombre de la main de Rebecca sur le mur est de 62,5 cm.

18. a) $\frac{m\ \overline{AB}}{m\ \overline{AG}} = \frac{m\ \overline{AG}}{m\ \overline{AC}}$

$\frac{0,9}{m\ \overline{AG}} = \frac{m\ \overline{AG}}{2,1}$

$m\ \overline{AG} \approx 1,37$ m

$m\ \overline{CG} \approx \sqrt{2,1^2 - 1,37^2}$
$\approx 1,59$ m

$m\ \overline{DG} \approx 1,59 + 0,54$
$\approx 2,13$ m

Réponse : La distance qui sépare la surface de l'eau du fond du bassin est d'environ 2,13 m.

b) $m\ \overline{GF} \approx 5,02 - 1,37$
$\approx 3,65$ m

$m\ \overline{DF} \approx \sqrt{3,65^2 + 2,13^2}$
$\approx 4,22$ m

$m\ \overline{DF} \times m\ \overline{GE} = m\ \overline{DG} \times m\ \overline{GF}$
$4,22 \times m\ \overline{GE} \approx 2,13 \times 3,65$
$m\ \overline{GE} \approx 1,84$ m

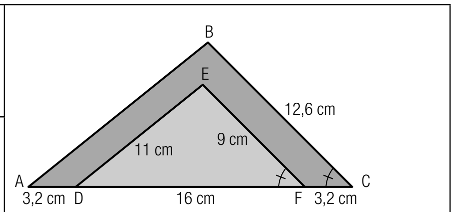
$m\ \overline{EF} \approx \sqrt{3,65^2 - 1,84^2}$
$\approx 3,15$ m

$h \times 3,65 \approx 1,84 \times 3,15$
$\approx 1,59$ m

Réponse : La distance qui sépare la surface de l'eau du fond du bassin est d'environ 1,59 m.

Page 230

19.

Hypothèse	∠ DFE ≅ ∠ ACB	
Conclusion	Δ DEF ∼ Δ ABC	

Affirmation	Justification
1. $\frac{m\ \overline{AC}}{m\ \overline{DF}} = \frac{22,4}{16} = 1,4$	Rapport des mesures de côtés homologues.
2. $\frac{m\ \overline{BC}}{m\ \overline{EF}} = \frac{12,6}{9} = 1,4$	Rapport des mesures de côtés homologues.
3. ∠ DFE ≅ ∠ ACB	Par hypothèse.
4. Δ DEF ∼ Δ ABC	Par la condition minimale CAC.

20. $V_{prisme} = A_{base} \times h$
$= 26,1 \times 21 \times 9$
$= 4932,9\ cm^3$

$V_{cube} = c^3$
$= 18^3$
$= 5832\ cm^3$

Réponse : Le fournisseur a tort, car les deux modèles de boîtes n'ont pas le même volume, et ne sont donc pas équivalents.

Pages 231-232

21. Comme les triangles ATS et BMS sont semblables par la condition minimale AA, il est possible d'établir les rapports des mesures des côtés homologues suivants.

D'abord, posons $x = m\ \overline{AS}$ et $504 - x = m\ \overline{SB}$.

$\frac{150}{270} = \frac{x}{504 - x}$
$270 \times x = 150 \times (504 - x)$
$270x = 75\,600 - 150x$
$x = 180$ m

$m\ \overline{AS} = 180$ m et $m\ \overline{SB} = 504$ m $- 180 = 324$ m

Longueur des sentiers :

Sentier TS :
$(m\ \overline{TS})^2 = (m\ \overline{AT})^2 + (m\ \overline{AS})^2$
$m\ \overline{TS} = \sqrt{150^2 + 180^2}$
$\approx 234,31$ m

Sentier MS :
$(m\ \overline{MS})^2 = (m\ \overline{BM})^2 + (m\ \overline{SB})^2$
$m\ \overline{MS} = \sqrt{270^2 + 324^2}$
$\approx 421,75$ m

Longueur totale des sentiers : $234,31 + 421,75 \approx 656,06$ m

Coût de l'aménagement des sentiers : $64 \times 656,06 \approx 41\,987,90$ $

Réponse : La propriétaire doit débourser au moins environ 41 987,90 $ pour aménager les deux sentiers.

Pages 233-234

22. a) Calcul de l'hypoténuse BD :
$(m\ \overline{BD})^2 = (m\ \overline{AB})^2 + (m\ \overline{AD})^2$
$m\ \overline{BD} = \sqrt{112^2 + 200^2}$
$\approx 229,22$ cm

Calcul de la hauteur AC :
$m\ \overline{BD} \times m\ \overline{AC} = m\ \overline{AB} \times m\ \overline{AD}$
$229,22 \times m\ \overline{AC} \approx 112 \times 200$
$m\ \overline{AC} \approx 97,72$ cm

Rayon du disque :
$97,72 \div 2 \approx 48,86$ cm

Aire du disque :
$A_{disque} = \pi r^2$
$\approx \pi 48,86^2$
$\approx 7500,03\ cm^2$

Côté du carré :
$A_{carré} = c^2$
$7500,03 \approx c^2$
$c \approx \sqrt{7500,03}$
$\approx 86,6$ cm

Réponse : La mesure d'un côté d'un carré équivalent au cercle est d'environ 86,6 cm.

b) $m\overline{AO} = m\overline{OF} \approx 48,86$ cm, car c'est un rayon du cercle de centre O.

$m\angle EAO = m\angle CAD$ Angle commun aux triangles AEO et ACD.

$m\angle AEO = m\angle ACD$ Angles droits.

$\Delta\ AEO \sim \Delta\ ACD$ Par AA.

$$(m\ \overline{CD})^2 = (m\ \overline{AD})^2 - (m\ \overline{AC})^2$$
$$m\ \overline{CD} \approx \sqrt{200^2 - 97,72^2}$$
$$\approx 174,5 \text{ cm}$$

$$\frac{m\ \overline{CD}}{m\ \overline{AD}} = \frac{m\ \overline{EO}}{m\ \overline{AO}}$$
$$\frac{174,5}{200} \approx \frac{m\ \overline{EO}}{48,86}$$
$$m\ \overline{EO} \approx 42,63 \text{ cm}$$

$$m\,\overline{EF} \approx 48,86 - 42,63$$
$$\approx 6,23 \text{ cm}$$

Aire de la petite roue :

$$r = \frac{m\ \overline{EF}}{2} \approx \frac{6,23}{2} \approx 3,11$$
$$A = \pi r^2$$
$$\approx \pi \times 3,11^2$$
$$\approx 30,48 \text{ cm}^2$$

Réponse : L'aire du disque correspondant à la roue avant est d'environ 30,48 cm^2.

Pages 235-236

23. a)

Hypothèse	$m\angle FAD = m\angle CBE = 58°$
Conclusion	$\Delta\ FAD \cong \Delta\ CBE$
Affirmation	**Justification**
1. $m\angle DFA = m\angle ECB = 90°$	Les rectangles sont formés de quatre angles droits.
2. $\overline{FA} \cong \overline{CB}$	Les côtés opposés d'un rectangle sont isométriques.
3. $m\angle FAD = \angle CBE = 58°$	Par hypothèse.
4. $\Delta\ FAD \cong \Delta\ CBE$	Par la condition minimale ACA.

b)

Hypothèse	ABCF est un rectangle.
Conclusion	$\Delta\ AGB \sim \Delta\ DGE$
Affirmation	**Justification**
1. $\angle AGB \cong \angle DGE$	Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
2. $\angle GAB \cong \angle GDE$	Ce sont des angles alternes-internes formés par deux parallèles et une sécante.
3. $\Delta\ AGB \sim \Delta\ DGE$	Par la condition minimale AA.

Réponse : Oui, les triangles AGB et DGE sont semblables.